1.7.1 Výrazy, definiční obor

Předpoklady: 1207, 1209

Pedagogická poznámka: Obsah hodiny stačí tak na 20 minut. Zbytek je připraven pro písemku.

Výrazy: $1+1$; $\frac{a-b}{\pi+a}$; $\sqrt{a^2+b^2}$; $|x-2|+y^2$; $\frac{1}{3}\pi v r^2$.

Obsahují:

- matematické operace,
- čísla (**konstanty**),
- písmena (**proměnné**) = „žolíky“, místo kterých mohu dosazovat čísla z nějaké množiny (definičního oboru proměnné), někdy za ně dosazujeme cokoliv, častěji mají čísla dosazovaná za proměnnou nějaký význam (například ve výrazu $\frac{1}{3}\pi v r^2$, který představuje vzorec pro objem kužele, mají čísla dosazovaná za proměnnou *v* význam výšky kužele).

Pozor!!!! π je číslo (konstanta), i když je zapsané písmenem, protože písmeno π znamená stále stejné číslo.

Poznámka: Situace se znakem π je poměrně jednoduchá, protože se nikdy nepoužívá v jiném významu než jako označení Ludolfova čísla ($\pi \doteq 3{,}14$). Horší je situace s písmenem *e*, které jednak označuje jednu ze základních matematických konstant tzv. Eulerovo číslo ($e \doteq 2{,}78$), na druhé straně se občas používá k označování obyčejných proměnných. V jejím případě je nutné aktuální význam rozeznat vždy z kontextu. Na vysokých školách je konstant a proměnných, které potřebují označit nějakým písmenem tolik, že nepostačují ani dvě abecedy (latinka a řecká) a různé velikosti písmenek.

Definiční obor výrazu (dále jen definiční obor) = vše, co můžeme dosazovat $\Rightarrow$ záleží na úhlu pohledu:

- „co je rozumné“ $\Rightarrow$ $\frac{1}{3}\pi v r^2$ - objem kužele $\Rightarrow$ za *r* i *v* můžeme dosazovat pouze kladná čísla,
- „co to unese“ $\Rightarrow$ $\frac{1}{3}\pi v r^2$ - obecný výraz bez speciálního smyslu (matematicky) $\Rightarrow$ za *r* i *v* můžeme dosazovat všechna reálná čísla, protože pro všechna reálná čísla ho dokážeme spočítat.

Není-li určeno jinak, **definičním oborem výrazu rozumíme množinu všech čísel, pro která dokážeme výraz spočítat** (určit hodnotu) $\Rightarrow$ je třeba dát pozor na operace, které nejdou provést se všemi čísly (dělení, odmocňování …).

Definiční obor výrazu v pro proměnou *x* budeme značit $D(v)_x$ (Pokud výraz obsahuje pouze jedinou proměnnou, nebudeme ji vypisovat).

Po dosazení čísel z definičního oboru za proměnné a spočítáním získáme **hodnotu výrazu**.

Př. 1: Urči definiční obor výrazu $\frac{x}{x+3}$ a jeho hodnotu pro $x=-4;-3;-2;0;1$.

Nebezpečné operace, které nejdou provést se všemi čísly: dělení.
Dělíme číslem $x+3 \Rightarrow x+3\neq 0$ a tedy $x\neq -3 \Rightarrow D(v)=R-\{-3\}$.
Výpočet hodnot:

- $x=-4$: $\frac{x}{x+3}=\frac{-4}{-4+3}=\frac{-4}{-1}=4$,
- $x=-3$: $\frac{x}{x+3}=\frac{-3}{-3+3}=\frac{-3}{0} \Rightarrow$ nejde spočítat (neměli jsme ani dosazovat, protože –3 nepatří do definičního oboru),
- $x=-2$: $\frac{x}{x+3}=\frac{-2}{-2+3}=-2$,
- $x=0$: $\frac{x}{x+3}=\frac{0}{0+3}=0$,
- $x=1$: $\frac{x}{x+3}=\frac{1}{1+3}=\frac{1}{4}$.

Pedagogická poznámka: Určitě se objeví značné množství řešení vyřazujících z definičního oboru nulu („je tam dělení“), proto je důležité napsat na tabuli dosazení minimálně pro $x=-3$ a $x=0$, ze kterých je vidět, pro které číslo hodnotu vypočítat nejde a pro které vypočtení hodnoty není žádný problém.

Př. 2: Urči definiční obor výrazu pro proměnnou *x* ve výrazu $\frac{x^2-1}{x-2}$ a urči jeho hodnotu pro $x=3$.

Ve výrazu je dělení, nelze dělit nulou, proto $x-2\neq 0$ a tedy $x\neq 2 \Rightarrow D(v)=R-\{2\}$.
Hodnota výrazu $\frac{x^2-1}{x-2}=\frac{3^2-1}{3-2}=8$.

Pedagogická poznámka: Studentům je potřeba opakovaně zdůrazňovat, že definiční obor sestavujeme na základě jediného pravidla – „vylučujeme čísla, se kterými nelze provést všechny operace ve výrazu“. Nic víc by si pamatovat neměli, protože hlavně ti méně nadaní mají sklon k tvorbě pravidel typu: „když se dělí, nesmí být *x* nula“ nebo „pod odmocninou musí být *x* větší než nula“ a vůbec neberou ohled na to, zda je pod odmocninou pouze *x* nebo nějaký výraz, který *x* obsahuje.

Pro hledání definičního oboru používáme jediné pravidlo.

Z definičního oboru vylučujeme čísla, pro která nejsme schopni výraz vyčíslit (provést všechny požadované operace).

Shrnutí: Pro určování definičního oboru nám stačí jediné pravidlo: vyloučíme všechna čísla, pro která nedokážeme výraz spočítat.